

MODELO PARA OPTIMIZAR LA PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN DE PRODUCTOS Y SUBPRODUCTOS EN LA INDÚSTRIA PORCINA

Marcela C. González-Araya

Departamento de Modelación y Gestión Industrial, Facultad de Ingeniería, Universidad de Talca,
Merced 437, Curicó, Chile
mgonzalez@utalca.cl

Rodrigo A. Sánchez-Ramírez

Magíster en Gestión de Operaciones, Facultad de Ingeniería, Universidad de Talca,
Merced 437, Curicó, Chile.
rodsanchez@utalca.cl

RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo de optimización desarrollado para planificar la producción de productos y subproductos derivados de las canales de cerdo. Las restricciones del modelo establecen los tiempos de operación de la planta, capacidad de producción, límite de producción de productos y subproductos, balance de inventario, capacidad de almacenamiento y capacidad de congelación, entregando como resultado los lotes óptimos de producción, niveles de inventario fresco y congelado para productos y subproductos, las ventas a realizar, la demanda insatisfecha y la capacidad de almacenamiento a tercerizar. Este modelo fue aplicado usando los datos de una planta faenadora de carne de cerdo localizada en la Región del Maule, Chile, para la temporada 2009 y 2010. Los resultados indican una reducción de los costos asociados a tiempos de proceso y utilización de mano de obra del 25%, y una reducción de la capacidad de almacenamiento a subcontratar del 40%.

PALABRAS CLAVE. Planificación de la Producción, Programación Lineal, Industria Porcina.

PO na Administração & Gestão da Produção, PO na Industria, PO na Agricultura e Meio Ambiente.

ABSTRACT

This paper presents an optimization model developed for planning the production of products and byproducts from pig carcasses. The model constraints establish the operation time of the plant, the production capacity, production levels of products and byproducts, inventory stocks, storage and freezing capacity. The model provides the optimal lot size, inventory levels for fresh and frozen products, sales, unsatisfied demand and storage capacity to outsource. This model was applied using data from 2009 and 2010 seasons from a pork slaughtering plant located in Maule Region, Chile. The results indicate costs reduction of 25% associated with processing times and labor utilization and about 40% reduction costs related to storage capacity to outsource.

KEYWORDS. Production Planning, Linear Programming, Pork Industry.

OR in Managemt & Production Management, OR in Industry, OR in Agriculture & Environment.

1. Introducción

Según estadísticas del año 2008 entregadas por el Banco Central de Chile, Chile exportó un total de 65.453 millones de dólares, distribuido en: Forestales (8,3%), Otros industriales (12,8%), Alimentos (19,1%) y Cobre–Minería (60,3%). Con respecto a la industria de alimentos, el 67,4% se relaciona con el rubro agropecuario, siendo el rubro pecuario el segundo con mayor crecimiento y proyecciones (Banco Central de Chile, 2008).

La exportación de carnes ascendió a más de 2.500 millones de dólares en el año 2009, siendo la exportación de cerdos la segunda más importante, con una exportación de más de 400 millones de dólares. Sin embargo, el año 2009 fue crítico para la industria porcina. La crisis financiera mundial provocó el aumento de los precios de los insumos y del petróleo. Además, las variaciones en el tipo de cambio y la pérdida de rentabilidad que se arrastraba desde el 2008 obligaron a realizar ajustes en la producción porcina nacional e internacional. Pese a los menores márgenes del negocio, la industria hizo un esfuerzo por mantener su competitividad a nivel internacional y logró envíos de más de 206.000 toneladas de vara a los mercados más exigentes del mundo, como Japón, Corea del Sur y la Unión Europea (ASPROCER, 2010). Esto se tradujo en un 6,9% de aumento de los volúmenes exportados respecto del año 2008, contrarrestando, en parte, las bajas en los precios y valores exportados.

A pesar de este crecimiento en las exportaciones, el aumento de la complejidad en la industria de alimentos y la mayor exigencia en los mercados consumidores está obligando a que las empresas se profesionalicen e incrementen su dinamismo, con el fin de adaptarse a estos cambios y poder mantener un negocio rentable en el tiempo.

Considerando esta necesidad, en este trabajo se desarrolla un modelo de Programación Lineal para apoyar decisiones de planificación de las operaciones de producción de cortes principales y sub-cortes de carne de cerdo, fresca y congelada. Este modelo busca maximizar los beneficios en un período de planificación de una semana, considerando los ingresos por ventas menos los costos asociados a operaciones de corte, congelación, mantención en bodegas de fresco y congelado, utilización de bodegas externas y penalización por demanda insatisfecha. Las restricciones del modelo garantizan los tiempos de operación de la planta, la capacidad de producción, el límite de producción de productos y subproductos, el balance de inventario, la capacidad de almacenamiento y la capacidad de congelación. Como resultado, el modelo proporciona los lotes óptimos de producción, niveles de inventario fresco y congelado para productos y subproductos, las ventas a realizar, la demanda insatisfecha y la capacidad de almacenamiento a tercerizar. El modelo fue aplicado en una planta faenadora y exportadora de carne de cerdo de la Región del Maule, Chile, para la temporada 2009 y 2010.

A continuación se hace una revisión de modelos de optimización desarrollados y aplicados a la industria alimentaria. En la sección 3 se presenta el modelo propuesto para planificar de la producción de productos y subproductos en la industria porcina. En la sección 4 se realiza un resumen del análisis de los principales resultados obtenidos con el modelo. Finalmente, en la sección 5 se describen las conclusiones de este trabajo.

2. Planificación de la Producción en la Industria Alimentaria

La planificación de la producción es un proceso utilizado para el establecimiento de tasas de producción, niveles de fuerza de trabajo e inventario en mano para una familia de productos, los cuales poseen requerimientos de demanda y procesos de producción similares. En este sentido, para cada familia de productos se programa la producción mensual, inventario y requerimiento de personal de trabajo para un cierto horizonte de planificación, usualmente de uno o dos años (Duchessi y O'keefe, 1990, Graves, 2002).

Dado que la planificación de la producción involucra diversas variables relevantes para garantizar la rentabilidad y viabilidad de una empresa, el desarrollo de modelos de optimización en esta área ha sido una estrategia muy utilizada para mejorar la productividad de diferentes tipos de empresas y procesos productivos (Vollman *et al.*, 1997, Pochet, 2001, Mula *et al.*, 2006, Oztürk y Ornek, 2010).

En general, los problemas de planificación de la producción resultan más difíciles

cuando se presentan diferentes tipos de restricciones, tales como restricciones de capacidad, tamaños de lote mínimo, cambios de los parámetros en el tiempo, entre otros (Constantino, 2000).

Como en casi todas las empresas, la planificación de la producción en la industria de alimentos resulta una función de la administración crítica (Doganis y Sarimveis, 2007), la cual adquiere mayor complejidad si se considera el corto ciclo de vida de los productos y la dificultad para predecir y entender la demanda del consumidor, especialmente en el mundo desarrollado. Grunert (2006) establece que esta complejidad es resultado de la combinación de la creciente diferenciación de los productos alimenticios desde el lugar de suministro, la creciente dinámica y la heterogeneidad de la demanda del consumidor, lo que se traduce en la necesidad de utilizar sistemas cada vez más integrados y complejos, sistemas que sean un soporte para una toma de decisiones oportuna y acertada. El mismo autor agrega que esta complejidad crea nuevas oportunidades para los productores de alimentos mediante la agregación de valor y diferenciación de sus productos.

A pesar de esta mayor complejidad en los sistemas productivos de la industria de alimentos, la literatura sobre investigaciones para apoyar la planificación de productos es aún escasa, centrándose principalmente en productos lácteos, fruta fresca, cárnicos, en especial pollo y vacunos (Lütke, 2005, Doganis y Sarimveis, 2007, Doganis y Sarimveis, 2008).

Entre los modelos de optimización propuestos en esta área, se puede mencionar el trabajo de Doganis y Sarimveis (2008), quienes desarrollaron un modelo para programar máquinas paralelas en una única etapa. Este modelo considera limitaciones de secuencia, donde las restricciones tecnológicas imponen un orden específico de producción, que debe ser seguido siempre. Sin embargo, es posible omitir uno o más productos. El impacto de la elección de una secuencia de producción sobre otra es modelado tomando en cuenta los tiempos de setup, dependientes del tipo de secuencia y los costos. Este modelo fue aplicado a una empresa de productos lácteos.

Por otro lado, Bixby *et al.* (2006) desarrollaron un modelo de programación dinámica para la planificación de la producción de la empresa Swift & Company, división vacunos. En la propuesta de estos autores, es utilizado un sistema integrado de 45 modelos de programación lineal, basado en tres formulaciones para calendarizar dinámicamente las operaciones de elaboración de carne en cinco plantas, en tiempo real, de acuerdo a la llegada de los órdenes o pedidos. La herramienta de programación desarrollada e implementada presentó mejoras en el ajuste de órdenes, la entrega a tiempo y en el porcentaje de la producción planificada de una semana para la cual no existen órdenes.

Debido a que la literatura de modelos de optimización para planificar la producción en la industria de alimentos es escasa, y, en particular, para la producción de cárnicos, en este trabajo se presenta un modelo de Programación Lineal desarrollado para planificar la producción de cortes de cerdo, el cual es un aporte al actual estado del arte en esta área.

3. Modelo propuesto para la planificación de la producción de cortes de cerdo

Antes de presentar la formulación del modelo de planificación de la producción de cortes de cerdo, se describirán algunos términos usados en la industria porcina, de manera de facilitar la comprensión del modelo:

Carcaza: la carcaza se refiere al cuerpo del animal muerto, el cual está compuesto de las patas, cabeza, tercios.

Tercio: cada tercio representa un conjunto de productos y subproductos, dependiendo del área del animal. El animal tiene un tercio delantero, llamado "Paleta", uno central, denominado "Panceta" y otro trasero, llamado "Pierna". Cada tercio posee un conjunto de productos y, para cada producto, existe un conjunto de subproductos, cuya denominación y rendimientos dependerán del producto y tercio al que pertenezcan, respectivamente.

Vara: la vara se refiere al animal que ha sido faenado y, posteriormente, ecualizado térmicamente. Cada vara se compone de dos canales, izquierda y derecha.

Canal: la canal de cerdo es la mitad de una vara, por lo tanto existe la canal izquierda y la canal derecha. Cada una se compone de tercios, productos y subproductos.

A continuación se describe la formulación matemática desarrollada para planificar la producción de cortes principales y sub-cortes de carne de cerdo, fresca y congelada, definiéndose primero los parámetros y las variables de decisión considerados en el modelo. La función objetivo y las restricciones son descritas sólo para al tercio delantero de cada canal de cerdo, dado que los demás tipos de productos y subproductos siguen una representación y estructura similar de las que se presentan a seguir, pero que en número, rendimientos por tercio y por tipo de cerdo varían.

Conjuntos y parámetros

Conjuntos

<i>TD</i> :	Tercio Delantero de una canal de cerdo.
<i>PTD</i> :	Conjunto de productos pertenecientes al Tercio Delantero
<i>SPTD</i> :	Conjunto de subproductos pertenecientes al Tercio Delantero
<i>K</i> :	Tipos de inventario, con $K = \{Fresco, Congelado\}$
<i>J</i> :	Tipos de Tercios, $J = \{TD, TC, TT\}$,
<i>T</i> :	Horizonte de planificación en días.
<i>C</i> :	Tipos de carcasas, $C = \{Liviana, Normal, Pesada\}$

Tiempos

T_t :	Tiempo de trabajo normal máximo disponible en una jornada, medido en segundos, $t \in T$.
T_t^E :	Tiempo de trabajo extra máximo disponible en una jornada, medido en segundos, $t \in T$.
t_i :	Tiempo necesario para procesar un corte o producto principal i , $i \in \{PTD, PTC, PTT\}$, medido en segundos.
β_k :	Tiempo necesario de almacenamiento en cámaras del tipo k , $k \in K$, antes de comercializar un producto o subproducto, medido en días.

Rendimientos

<i>RTD</i> :	Rendimiento de la carcasa con respecto al TD, en porcentaje, $0 \leq RTD \leq 1$.
$RxTD_i$:	Rendimiento del TD con respecto al producto i (en porcentaje), $i \in PTD$, $0 \leq RxTD_i \leq 1$.
λ_{pi} :	Rendimiento del producto i , $i \in PTD$ con respecto al subproducto p , $p \in SPTD$, en porcentaje, $0 \leq \lambda_{pi} \leq 1$.

Precios

PVx_i :	Precio de venta del producto i , $i \in PTD$, medido en pesos por kilogramo (\$/kg).
$PVsp_x_p$:	Precio de venta del sub-producto p , $p \in SPTD$, medido en pesos por kilogramo (\$/kg).

Costos

COC_i :	Costo de operación de corte del producto i , $i \in \{PTD, PTC, PTT\}$, medido en pesos por kilogramos (\$/kg).
cc :	Costo de congelar, medido en pesos por kilogramos (\$/kg).
cm_k :	Costo de mantener en inventario del tipo k , $k \in K$, medido en pesos por kilogramo (\$/kg).
cm_{ek} :	Costo de mantener en inventario externalizado del tipo k , $k \in K$, medido en pesos por kilogramo (\$/kg).

$PDI_{sp_x p}$: Penalización por demanda insatisfecha del subproducto p , $p \in SPTD$, medido en \$/kg.

PDI_i : Penalización por demanda insatisfecha del producto i , $i \in \{PTD, PTC, PTT\}$.

Demandas

Dx_{iik} : Demanda del producto i , $i \in PTD$, del tipo k , $k \in K$, en el periodo t , $t \in T$, medida en kilogramos.

$Dsp_{x_{tpk}}$: Demanda del subproducto del producto p , $p \in SPTD$, del tipo k , $k \in K$, en el periodo t , $t \in T$, medida en kilogramos.

Otros parámetros

P_c : Peso del cerdo con tipo de carcaza c , $c \in C$, en kilogramos.

NV_{tc} : Número de varas disponibles para desposte en el periodo t , $t \in T$, del tipo c , $c \in C$.

CI_k : Capacidad de almacenamiento de las bodegas tipo k , $k \in K$, medido en kilogramos (kg).

Definición de variables de decisión

Parte de las variables de decisión y restricciones definidas para el modelo se describen a continuación. En esta sección se presentan sólo las variables asociadas al tercio delantero de cada canal de cerdo, dado que las demás variables y restricciones del modelo son del mismo tipo y estructura de las que se detallan en este trabajo.

Producción de cortes para el tercio delantero en tiempo normal y tiempo extra

x_{iik} : cantidad a producir del corte i , $i \in PTD$, del tercio delantero, en tiempo normal, en el periodo t , $t \in T$, destinado a inventario tipo k , $k \in K$, medida en kilogramos (kg).

x^E_{iik} : cantidad a producir del corte i , $i \in PTD$, del tercio delantero, en tiempo extra, en el periodo t , $t \in T$, destinado a inventario tipo k , $k \in K$, medida en kilogramos (kg).

Cantidad total de subcortes del tercio delantero, en tiempo normal y tiempo extra

spx_{tpk} : cantidad total a producir del sub-producto p , $p \in SPTD$, del tercio delantero, en tiempo normal, en el periodo t , $t \in T$, destinado a inventario tipo k , $k \in K$, medida en kilogramos (kg).

spx^E_{tpk} : cantidad total a producir del sub-producto p , $p \in SPTD$, del tercio delantero, en tiempo extra, en el periodo t , $t \in T$, destinado a inventario tipo k , $k \in K$, medida en kilogramos (kg).

Inventario de cortes y subcortes del tercio delantero

ILV_{iik} : Inventario listo para la venta al final del periodo t , $t \in T$, del corte i , $i \in PTD$, proveniente del tercio delantero del tipo k , $k \in K$, medido en kilogramos (kg).

$ILVsp_{x_{tpk}}$: Inventario listo para la venta al final del periodo t , $t \in T$, del subproducto p , $p \in SPTD$, proveniente del tercio delantero del tipo k , $k \in K$, medido en kilogramos (kg).

Ventas realizadas de cortes y subcortes del tercio delantero

Vx_{iik} : ventas totales realizadas del producto i , $i \in PTD$, del tercio delantero del tipo k , $k \in K$, en el periodo t , $t \in T$, medidas en kilogramos (kg).

$Vsp_{x_{tpk}}$: ventas totales realizadas del subproducto p , $p \in SPTD$, del tercio delantero del tipo k , $k \in K$, en el periodo t , $t \in T$, medidas en kilogramos (kg).

Demanda insatisfecha de cortes y subcortes del tercio delantero

DLx_{tik} : parte de la demanda producto i , $i \in PTD$, proveniente del tercio delantero del tipo k , $k \in K$, que no pudo ser abastecida en el periodo t , $t \in T$, medida en kilogramos (kg).

$DISpx_{ipk}$: parte de la demanda del subproducto p , $p \in SPTD$, proveniente del tercio delantero del tipo k , $k \in K$, que no pudo ser abastecida en el periodo t , $t \in T$, medida en kilogramos (kg).

Almacenamiento externo

CIE_k : capacidad faltante necesaria para almacenar en bodega inventario tipo k , $k \in K$, que debe ser externalizada, medida en kilogramos (kg).

Función objetivo (FO)

La presente formulación considera la maximización de la utilidad, la cual se define como los ingresos percibidos por la comercialización de los productos menos los costos incurridos en una venta y/o proceso productivo. La función objetivo se define como:

$max Z =$ Ingresos por venta - Costos de operación de corte - Costo de congelación - Costo de mantención de inventario - Penalización por demanda insatisfecha - Costo de externalización de inventario.

A continuación se detalla la formulación de cada uno de estos ítemes en la función objetivo:

Ingresos por venta:

$$\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \left[\begin{aligned} & \sum_{i \in PTD} (Vx_{tik} PVx_i) + \sum_{p \in SPTD} (Vspx_{ipk} PVspx_p) + \sum_{i \in PTC} (Vy_{tik} PVy_i) + \\ & \sum_{p \in SPTC} (Vspy_{ipk} PVspy_p) + \sum_{i \in PTT} (Vz_{tik} PVz_i) + \sum_{p \in SPTT} (Vspz_{ipk} PVspz_p) \end{aligned} \right] \quad (1)$$

En la ecuación anterior se presenta la formulación matemática de los ingresos por venta, la cual está compuesta por los retornos percibidos por la venta de cortes principales o productos provenientes de cada tercio (delantero o paleta, central o panceta y trasero o pierna) de una canal cerdo. Específicamente, este valor se obtiene de la multiplicación entre la venta total de un producto i perteneciente al conjunto de productos de cada tercio de una canal de cerdo (conjunto de productos del tercio delantero PTD , tercio central PTC y tercio trasero PTT) representado por la variable V_x y el precio de venta, en pesos por kilogramo.

Costos de operación de corte:

$$\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \left[\sum_{i \in PTD} (x_{tik} + x_{tik}^E)COC_i + \sum_{i \in PTC} (y_{tik} + y_{tik}^E)COC_i + \sum_{i \in PTT} (z_{tik} + z_{tik}^E)COC_i \right] \quad (2)$$

Tal como se mencionó en párrafos anteriores, la Ec.2 se relaciona a los costos de operación de cortes, es decir el costo por kilogramo despostado. En este sentido, el valor se calcula como el costo de proceso por kilogramo, el cual es un parámetro, multiplicado por la totalidad de kilogramos a producir en un periodo determinado, para un producto específico, ya sea para fresco o congelado.

Costo de congelación:

$$\sum_{t \in T} CC \left[\begin{aligned} & \sum_{i \in PTD} (x_{it1} + x_{it1}^E) + \sum_{p \in SPTD} (spx_{ip1} + spx_{ip1}^E) + \sum_{i \in PTC} (y_{it1} + y_{it1}^E) + \sum_{p \in SPTC} (spy_{ip1} + spy_{ip1}^E) + \\ & \sum_{i \in PTT} (z_{it1} + z_{it1}^E) + \sum_{p \in SPTT} (spz_{ip1} + spz_{ip1}^E) \end{aligned} \right] \quad (3)$$

La expresión anterior representa el costo en que incurre la empresa por concepto de congelamiento de un kilogramo para su posterior disposición en cámaras de mantención de

inventario congelado. Este monto se calcula como la multiplicación entre la cantidad de kilogramos, con destino congelados, producidos en tiempo normal y extra en un periodo determinado y de un producto específico. Lo anterior para la totalidad de productos pertenecientes a los tres conjuntos previamente definidos.

Costo de mantención de inventario:

$$\sum_{i \in T} cm_k \left[\sum_{i \in PTD} ILVx_{iik} + \sum_{p \in SPTD} ILVsp_{ipk} + \sum_{i \in PTC} ILVy_{iik} + \sum_{p \in SPTC} ILVsp_{ipk} + \sum_{i \in PTT} ILVz_{iik} + \sum_{p \in SPTC} ILVsp_{z_{ipk}} \right] \quad (4)$$

La expresión anterior representa el costo asociado a la mantención de inventario, ya sea en bodega de congelados o fresco, por kilogramo y día de almacenamiento de un producto o subproducto determinado en el horizonte de planificación.

Penalización por demanda insatisfecha:

$$\sum_{i \in T} \sum_{k \in K} \left[\sum_{i \in PTD} DIx_{iik} PDIx_i + \sum_{p \in SPTD} DIsp_{ipk} PDIspx_p + \sum_{i \in PTC} DIy_{iik} PDiy_i + \sum_{p \in SPTC} DIsp_{ipk} PDIspx_p + \sum_{i \in PTT} DIz_{iik} PDIz_i + \sum_{p \in SPTC} DIsp_{z_{ipk}} PDIspx_p \right] \quad (5)$$

Una clara diferencia con los modelos revisados para la propuesta de éste es la incorporación de la penalización por demanda insatisfecha. La demanda insatisfecha se entiende como la cantidad, en kilogramos, de producto o subproducto que no fue posible ser vendida o producida en un día determinado dentro del horizonte de planificación y que tiene asociado una penalización económica, que es una fracción del precio comercial.

Costo de externalización de inventario:

$$\sum_{k \in K} CIE_k cme_k \quad (6)$$

Existe un costo asociado a la externalización o utilización de bodegas de terceros para almacenaje de productos o subproductos que no fueron posibles ser almacenados en las bodegas propias por restricciones de capacidad.

Restricciones

Respecto de las restricciones de la formulación, éstas garantizan los tiempos de operación de la planta (7 y 8), la capacidad de producción (9), el límite de producción de productos (10) y subproductos (11), el balance de inventario de productos (12) y subproductos (13), el balance de la demanda de productos (14) y subproductos (15), la capacidad de almacenamiento (16) y la capacidad de congelación (17). El modelo proporciona los lotes óptimos de producción, niveles de inventario fresco y congelado para productos y subproductos, las ventas a realizar, la demanda insatisfecha y la capacidad de almacenamiento a tercerizar.

Tiempo total de operación de la planta:

$$\sum_{k \in K} \left(\sum_{i \in PTD} x_{iik} t_i + \sum_{i \in PTC} y_{iik} t_i + \sum_{i \in PTT} z_{iik} t_i \right) \leq T_t, \forall t \in T \quad (7)$$

$$\sum_{k \in K} \left(\sum_{i \in PTD} x_{iik}^E t_i + \sum_{i \in PTC} y_{iik}^E t_i + \sum_{i \in PTT} z_{iik}^E t_i \right) \leq T_t^E, \forall t \in T \quad (8)$$

La restricción anterior asegura que el tiempo total de proceso en la planta sea menor o igual al máximo disponible en una jornada de trabajo normal (7) y en tiempo extra (8).

Capacidad de producción (Disponibilidad de canales de cerdos):

$$\sum_{k \in K} \left[\sum_{i \in PTD} (x_{tik} + x_{tik}^E) + \sum_{i \in PTC} (y_{tik} + y_{tik}^E) + \sum_{i \in PTT} (z_{tik} + z_{tik}^E) \right] = 2(RTD + RTC + RTT) \sum_{c \in C} NV_{ct} P_c, \forall t \in T \quad (9)$$

Esta restricción se encarga de determinar la cantidad total factible, en kilogramos, para la producción de cortes principales y por ende de la cantidad máxima factible a ser producida por el todo el proceso de desposte. En este sentido, si la restricción fuese del tipo “menor o igual a”, ésta permitiría que la producción sea menor o igual a la cantidad disponible, lo cual, en términos del proceso indicaría la posibilidad de que no todas las varas listas para desposte sean procesadas y ésto, debido a restricciones de inocuidad alimentaria, no está permitido. Por otro lado, el número dos indica que cada carcasa se divide en dos canales de cerdo, donde cada canal posee los tres tercios.

Límite de producción de productos:

$$\sum_{k \in K} (x_{tik} + x_{tik}^E) \leq R_x TD_i \left(2RTD \sum_{c \in C} NV_{ct} P_c \right), \forall i \in PTD, t \in T \quad (10)$$

La restricción (10) asegura que el total de productos principales a producir en un periodo t , medidos en kilogramos, sea menor o igual al total disponible, de acuerdo a las características y rendimientos por cada tercio especificado.

Límite de producción de sub-productos:

$$\sum_{i \in PTD} \lambda_{pi} x_{tik} = spx_{tpk}, \forall t \in T, k \in K, p \in SPTD \quad (11)$$

La ecuación (11) asegura que la producción de subproductos esté limitada por la cantidad total de producto generado, ajustado por los rendimientos, ya sea en tiempo normal de producción o en tiempo extra.

Balance de inventario - Inventario listo para la venta de productos:

$$ILVx_{tik} = ILVx_{(t-1)ik} + x_{(t-\beta_k)ik} + x_{(t-\beta_k)ik}^E - Vx_{tik}, \forall t \in T, i \in PTD, k \in K \quad (12)$$

Estas ecuaciones son cruciales, puesto que determinan las cantidades de productos o cortes principales almacenados al final de un periodo t . Específicamente, corresponden a las restricciones de balance, es decir, aseguran que la cantidad al final del periodo t sea igual a la cantidad almacenada al final del periodo anterior $(t - 1)$, más la cantidad procesada en el periodo t , en tiempo normal y extra, menos la cantidad de productos vendidos destinados a cubrir la demanda de los mismos en el periodo t , diferenciando por tipo de destino, ya sea fresco o congelado.

El término β_k se refiere al tiempo que debe pasar en bodega como mínimo el producto antes de ser comercializado. Los productos congelados deben pasar en bodega al menos un periodo de 42 horas y los productos frescos no requieren pasar por bodega (0 horas). Por lo tanto, para los productos congelados, si k es igual a uno, el tiempo de congelación o β_k es igual a dos días (2). En el caso de los productos frescos, el tiempo de congelación o β_k es igual a cero (0).

Cabe señalar que los inventarios en el periodo inicial se considerarán como un parámetro de entrada. A su vez, al término de cada periodo de planificación, las cantidades en el inventario de cada producto o subproducto serán considerados como parámetros de entrada al correr el modelo para el siguiente periodo de planificación.

Balance de inventario - Inventario listo para la venta de sub-productos:

$$ILVsp_{tpk} = ILVsp_{(t-1)pk} + spx_{(t-\beta_k)pk} + spx_{(t-\beta_k)pk}^E - Vsp_{tpk}, \forall t \in T, p \in SPTD, k \in K \quad (13)$$

Al igual que la restricción 12, esta restricción permite balancear el inventario de los subproductos.

Balance de demanda de productos:

$$Vx_{ik} + DIx_{ik} = Dx_{ik}, \forall t \in T, i \in PTD, k \in K \quad (14)$$

La restricción (14) se encarga de calcular las ventas totales realizadas en un periodo t . En este sentido, se entiende que la suma entre el total de ventas realizadas en un periodo para un producto, más las demanda insatisfecha, sea igual a la demanda total de dicho producto.

Balance de demanda de subproductos:

$$Vsp_{ipk} + DIsp_{ipk} = Dsp_{ipk}, \forall t \in T, p \in SPTD, k \in K \quad (15)$$

Al igual que la restricción (14), la restricción (15) garantiza el balance de las ventas totales para la cantidad agregada de subproductos.

Capacidad de almacenamiento:

$$\sum_{i \in T} \left[\sum_{i \in PTD} ILVx_{ik} + \sum_{p \in SPTD} ILVsp_{ipk} + \sum_{i \in PTC} ILVy_{ik} + \sum_{p \in SPTC} ILVsp_{ipk} \right] + \sum_{i \in PTT} ILVz_{ik} + \sum_{p \in SPTT} ILVsp_{ipk} \leq CIE_k + CI_k, \forall k \in K \quad (16)$$

La restricción (16) asegura que la cantidad total almacenada, en fresco y congelado, sean menor o igual a la capacidad máxima de almacenamiento de cada una de las cámaras mantención, fresco y congeladas.

Capacidad máxima de congelamiento

$$\begin{aligned} & \sum_{i \in PTD} (x_{i1} + x_{i1}^E + x_{(t-1)i1} + x_{(t-1)i1}^E) + \sum_{p \in SPTD} (sp_{ip1} + sp_{ip1}^E + sp_{(t-1)p1} + sp_{(t-1)p1}^E) + \\ & \sum_{i \in PTC} (y_{i1} + y_{i1}^E + y_{(t-1)i1} + y_{(t-1)i1}^E) + \sum_{p \in SPTC} (sp_{ip1} + sp_{ip1}^E + sp_{(t-1)p1} + sp_{(t-1)p1}^E) + \\ & \sum_{i \in PTT} (z_{i1} + z_{i1}^E + z_{(t-1)i1} + z_{(t-1)i1}^E) + \sum_{p \in SPTT} (sp_{ip1} + sp_{ip1}^E + sp_{(t-1)p1} + sp_{(t-1)p1}^E) \leq CT_t, \forall t \in T \end{aligned} \quad (17)$$

La restricción (17) asegura que la cantidad total destinada a congelado sea menor o igual a la capacidad total de los túneles de congelación. Nótese que hay variables que poseen el índice temporal del periodo presente y del anterior, esta consideración se basa en que el proceso de congelación demora 42 horas, o 2 días, como se expuso luego de la restricción (12). El principal supuesto que tiene esta restricción es que una vez transcurridas las 42 horas o 2 días, el cien por ciento de los productos en los túneles es extraído, dejando el inventario en los túneles en cero.

A continuación se describen algunos resultados obtenidos con el modelo propuesto para planificar la producción de una planta faenadora, productora y exportadora de cortes de cerdo ubicada en la Región del Maule, Chile. La empresa posee un promedio de 700 cerdos despostados por día, una dotación de personal de 80 personas en la sala de desposte y cerca de 800 personas en la plana total, una infraestructura cercana a 9.000 m² construidos con una tasación de 12 millones de USD, aproximadamente. Además, la empresa posee el 5,2% de participación del mercado chileno.

4. Resultados

Para el caso de estudio se consideró un totalde 57 productos pertenecientes al tercio delantero o paleta, 53 del tercio central o panceta y 43 del tercio trasero o pierna. Respecto de los subproductos o subcortes que se generan de cada producto de cada tercio, se consideraron 26 del tercio delantero, 67 del central y 26 del trasero. El horizonte de planificación consta de 6

días, contabilizando de viernes a lunes, puesto que los inventarios al final del periodo número 6 o día viernes serán los inventarios iniciales de la semana siguiente. Esta información se traduce en el modelo en un total de 16.323 variables continuas y 13.598 restricciones, obteniéndose resultados en tiempos entre los 15 y 21 segundos. El paquete de software utilizado para la resolución fue CPLEX Optimization Studio v.12.0 con licencia académica, el cual se corrió en un computador con procesador AMD Phenom X2 555 de 3.2 GHz con 2 GbRAM de 1.033 MHz.

Con respecto a las corridas realizadas para hacer los análisis con el modelo propuesto, se consideraron tres escenarios distintos, los cuales representan diversas características iniciales de producción. Estas características iniciales se presentan en la Tabla N° 1.

TABLA N° 1. CARACTERÍSTICAS DE ESCENARIOS CONSIDERADOS EN EL ANÁLISIS

Variable	Escenario N°1	Escenario N°2	Escenario N°3
Inventario Inicial (kg)	0	Distintos de cero	0
Almacenamiento externo (kg)	Ilimitada	Limitada al 50% de la capacidad real de la planta	Ilimitada
Tipo de Cerdos a despostar por tipo de demanda (cerdos)	Livianos/Demanda Normal	Pesados/Demanda Normal	Medianos/Demanda Alta

Con respecto al primer escenario, se estudia el comportamiento del modelo bajo un nivel de inventario inicial de las bodegas igual a cero, es decir, simulando una puesta en marcha de una planta, además de una disponibilidad de cerdos livianos y demanda normales. Por otro lado, para el escenario N°2 se consideró un inventario inicial distinto de cero, una capacidad de almacenamiento externa limitada al 50% del total de la planta y una disponibilidad de cerdos pesados y demanda normales. Finalmente, para el escenario N°3, se considera la situación en que los inventarios de la planta y los inventarios externos son cero, existiendo una demanda alta. Este escenario representa un periodo de venta observado dos veces al año (víspera de Fiestas Patrias y víspera de fiestas de fin de año), y con una disponibilidad de cerdos medianos. Los principales resultados obtenidos para cada escenario se presentan en la Tabla N°2.

TABLA N°2. PRINCIPALES RESULTADOS (VALORES PROMEDIO)

	Escenario N°1	Escenario N°2	Escenario N°3
Valor FO (MM\$)	67.3	No factible	75.4
Cap. de almacenamiento externalizada (ton)	0	--	684
Tiempo de proceso (s)	4.45	16	4.75
N° Iteraciones	1736	--	1700

De acuerdo a la tabla anterior, los resultados indican, para el escenario N° 1, que dado el nivel de faena de cerdos programados, se requeriría una capacidad de almacenaje en frío afuera de la planta del 200% de la capacidad actual, con un costo aproximado de 32 millones de pesos. Este análisis consideró una capacidad de almacenamiento ilimitada, la cual se minimiza en la función objetivo.

En el escenario n°2 se limitó la capacidad de almacenaje en frío afuera de la planta a un máximo 50% de la capacidad de la empresa. Bajo este escenario, el modelo resultó no factible, pues el nivel de cerdos disponibles para despostar aumenta en número y peso más allá de la capacidad de producción de la planta. En otras palabras, dado que el inventario inicial más la producción menos las ventas debe ser menor o igual a la capacidad de almacenamiento total propia de la planta, y como en este escenario se considera que la totalidad de las canales deben ser procesadas para garantizar la inocuidad alimentaria, el modelo resulta no factible.

Respecto al escenario de estudio n°3, si bien la demanda de productos era alta, los cerdos eran medianos, la capacidad de almacenamiento externa no estaba limitada y la empresa se encontraba con un stock inicial de cero kilogramos, no fue necesaria la externalización puesto que el alto nivel de ventas no permitía almacenar en bodegas. Por otro lado, aunque la

externalización del almacenamiento implicase un costo adicional, la función objetivo seguirá aumentando su valor, puesto que asociado a la externalización está un alto nivel de ventas. De esta forma, la diferencia generada entre el beneficio económico de una venta y el costo de almacenamiento es alta.

Dadas las características y el contexto del problema estudiado, el modelo propuesto considera sólo variables continuas. Por esta razón, los tiempos de solución son bajos, obteniéndose la solución óptima en alrededor de 4 a 7 segundos.

5. Conclusiones

Para realizar este trabajo fue necesario realizar un estudio empírico respecto al proceso de faena de cerdos, con el propósito de determinar el proceso más relevante dentro del sistema de producción. Los datos utilizados correspondieron a los cortes provenientes de cada canal de cerdo, por animal y por tercio, indicando rendimientos del cerdo por tipo de corte, precios, penalizaciones por demanda no cumplida, costos de inventario, número de personas, etc.

Respecto a la estimación de los parámetros del modelo, esto no presentó dificultades, puesto que en trabajos anteriores la empresa ya había levantado los datos necesarios para ser aplicados en el modelo.

El modelo desarrollado permite entregar una planificación semanal de la producción de cortes de cerdo, apoyando al jefe de operaciones de la planta en la toma de mejores decisiones y en menor tiempo.

En el modelo se consideraron los siguientes ítemes como parámetros: número de cerdos a despostar diferenciados por peso, rendimientos de cada vara por tipo de tercio, disponibilidad de tiempo para proceso normal y extra, tiempos de proceso para cada producto, capacidad de almacenamiento, capacidad de congelación, ordenes de productos e inventarios actuales. Por otro lado, en el modelo no se consideran parámetros tales como: instalaciones eléctricas, red potable o diseño de nuevos equipos o líneas. Sólo se consideran los equipos y las líneas disponibles con los que cuenta la empresa. De esta forma, contar con un variado número de parámetros ofrece una flexibilidad en términos de operaciones, tamaño y diferentes enfoques de producción.

Finalmente, este modelo apoyará la planificación de cortes en la planta, debido a que en el modelamiento considera información tal como, velocidades de operación de las líneas de desposte, capacidades de proceso, almacenamiento y congelación, rendimientos de la materia prima y el nivel deseado de cerdos a procesar. Cabe señalar que en la actualidad, la planificación de cortes de cerdos es realizada por el personal de operaciones de la planta en forma manual, demorando muchas veces horas en tenerla lista. Esta forma de planificar, además del alto tiempo involucrado, tiene gran rigidez, pues no permite incorporar fácilmente cambios en los parámetros, teniendo como consecuencia pérdidas o disminución de la utilidad del proceso.

Referencias

- Asociación de Productores de Cerdo (ASPROCER)**, *Estadísticas*, http://www.asprocer.cl/index/for_publica_exporta.asp?id_seccion=7&id_subsecciones=33, 2010.
- Banco Central de Chile**, *Indicadores de Comercio Exterior, Cuarto Trimestre de 2008*, 2008, <http://www.bcentral.cl/publicaciones/estadisticas/sector-externo/pdf/ice042008.pdf>, 2010.
- Bixby, A., Downs, B., Self, M.**, 2006. A scheduling and capable-to-promise application for swift & company. *Interfaces*, vol. 36, 1:69-86.
- Dogains, P., Sarimveis, H.**, Mixed integer linear programming scheduling in the food industry, en Erdögdu, F (Ed.), *Optimization in Food Engineering*, CRC press, 2008.
- Duchessi, P. y O'keefe R.** (1990), A Knowledge-based Approach to Production Planning, *The Journal of the Operational Research Society*, 41(5), 377-390.
- Graves S. C.**, Manufacturing Planning and Control, en Pardalos, P. y Resende M. (Eds.), *Handbook of Applied Optimization*, Oxford University Press, New York, 728-746, 2002.

- Graves S. C.**, *Uncertainty and Production Planning*, Massachusetts Institute of Technology - MIT, 2008, <http://web.mit.edu/sgraves/www/papers/index.htm>, 2010.
- Grunert, K. G.** (2006), How Changes in Consumer Behaviour and Retailing affect Competence Requirements for Food Producers and Processors, *Economía Agraria y Recursos Naturales*, 6(11), 3–22.
- Hax, A. C. y Meal H. C.**, Hierarchical Integration of Production Planning and Scheduling, en M. Geisler A. (Ed.), *Studies in Management Sciences, Vol. I, Logistics*, North Holland-American Elsevier, New York, 1975.
- Lütke, M.** (2005), *Advanced Planning in Fresh Food Industries: Integrating Shelf Life into Production Planning*, Phsysica-Verlag.
- Oztürk, C. y Ornek, A. M.** (2010), Capacitated lot sizing with linked lots for general product structures in job shops, *Computers and Industrial Engineering*, 58, 151-164.
- Silver E., Dixon P.** (1978), A Decision for Establishing Run Quantities for the Case of Time-Varying Demand and Production Capacity Restrictions, *APICS Conference Proceedings*, 818-827.